

### 7A.3 Elektroni ja 1 voltin kenttä

Kun varattu hiukkanen semisitoutuu sähkökenttään, niin se saa enintään ja todennäköisimmin sähkökentän nopeuden. Samalla hiukkasen kenttä mukautuu kyseiseen sähkökenttään. Kun kaikille säännöllisille hiukkasille, joita sähkökentän hiukkasten voidaan usein olettaa olevan, pätee energia  $E_o = mv^2 = 4,262865154 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , niin jännitekentän N-komponentin teoreettiselle ”emohiukkaselle”  $1V = 13,60569811 \cdot e_o$  voidaan laskea sen kentän nopeudeksi

$$v^2 = \frac{E_o}{m} = \frac{E_o}{13,6 \cdot e_o} = \frac{4,26 \cdot 10^{-19}}{13,6 \cdot 8,9 \cdot 10^{-32}} \quad (7A.37)$$

$$= 2 \cdot 1,758819611 \cdot 10^{11} \text{ J/kg} \quad (7A.37B)$$

$$= (593096,8911 \text{ m/s})^2 \quad (7A.37C)$$

Elektronin  $e_{91} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  sitoutuminen tähän kenttään antaa matemaattisen liike-energian

$$9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 1,75 \cdot 10^{11} / 2 = 1,602177334 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad (7A.38)$$

mikä on täysin tunnettu tulos kaikkien numeroiden tarkkuudella. Tämä tulos on mahdollinen vain siten, että negatiivinen elektroni  $e_{91}$  tekee sidoksia positiivisen N-kentän kanssa. Luonnollisesti 1V kentässä tämä tulos 7A.38 pätee vain elektronille  $e_{91}$  ja riippuvuussuhteiden 7A.37 ja 7A.38 johdannainen on tunnettu yhtälö

$$v^2 = 2qV / e_{91} \quad (7A.38B)$$

Vertaa tässä yhteydessä myös yhtälöitä 2A.17 ... 2A.27. Merkitään tästä eteenpäin jännitettä U:lla, ettei sitä sotketa volttiin.

Sähkökentän E todellinen muuttuja on potentiaali V, kuten esimerkiksi Aharonov-Bohm efekti osoittaa. Jännitteellä U ja potentiaalilla V on tavanomaisessa tapauksessa suora yhteys, missä potentiaali V voidaan rinnastaa 1/N-kentän alkiorryhmän kokoon. Kun 1 voltin kenttä vastaa elektronin  $13,6 \cdot e_o$  yhtä yhtenäistä kenttää ja sen kondensoitunutta alkiorryhmää  $2 \cdot 6,8 \cdot \gamma_o = 13,6 \cdot \gamma_o$  riippumatta siitä, onko itse  $13,6 \cdot e_o$  hiukkasena olemassa vai ei, niin potentiaali V vastaa tämän kondensoitunutta käänteisalkiorryhmää  $2 \cdot b$ -kvarkki /  $4 \cdot 13,6 = b / (2 \cdot 13,6)$ . Jännitteissä alkiorryhmää  $13,6 \cdot \gamma_o / U$  kutsutaan N-kentäksi ja alkiorryhmää  $U \cdot b / (4 \cdot 13,6)$  kutsutaan 1/N kentäksi, vrt. kaavio 2A.27 ja yhtälöt 2A.31 ja 2A.32.

Edellä esitetty sopii täysin yhteen Davisson-Germer tulosten (yhtälö 2A.29) ja Duane-Hunt säännön (yhtälö 2A.30) kanssa. Edelleen koska on olemassa luonnonvakio  $mv^2 = \text{vakio} = 4,26 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , niin silloin on olemassa säännöllisille hiukkasille luonnonvakiot  $U \cdot v^2$  ja  $v^2 / U$ . Numeroina tämä sama asia on

$$\text{N-kenttä: } v^2 / U = \text{vakio} = 3,517639224 \cdot 10^{11} \text{ m}^2 / (\text{V} \cdot \text{s}^2) \quad (7A.38C)$$

$$\text{1/N-kenttä: } U \cdot v^2 = 8,624437751 \cdot 10^{26} \text{ V} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2 \quad (7A.38D)$$

Edellinen yhtälö 7A.38C on tietysti yhtenevä tuloksen 7A.37B kanssa ja jälkimmäistä yhtälöä 7A.38D voidaan verrata vaikka gravitaatiokenttään. Kun gravitaatiokentän kondensoitunut

perushiukkanen = termoni  $r_0 = 2 \cdot$  Comptonin elektroni  $e_c$  on sama kuin 510,9990661 kV jännitekentän, niin tästä saadaan gravitaatiokentän ominaisnopeudeksi

$$v = (8,62 \cdot 10^{26} / U)^{1/2} = 4,108235610 \cdot 10^{10} \text{ m/s} \quad (7A.38E)$$

mikä on täsmälleen oikea tulos. Yhtälöt 7A.38C ja 7A.38D ovat päteviä vain säännöllisille hiukkasille, joita kaikki jännitehiukkasetkaan eivät aina ole.

Elektroneja on hyvin suuri määrä erilaisia juuri sillä tavalla kuin jännitekentät ja atomien spektrit osoittavat. Näistä kolme on tärkeydessään erikoisasemassa.

$$\text{peruselektroni } e_0 = 8,906959334 \cdot 10^{-32} \text{ kg} \quad (7A.38F)$$

$$\text{laboratorioelektroni } e_{91} = 9,109389754 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad (7A.38G)$$

$$1V \text{ -elektroni } e_{13,6} = 1,211853998 \cdot 10^{-30} \text{ kg} \quad (7A.38H)$$

Kun laboratorioelektroni  $e_{91}$  on pelkästään säännönmukainen elektroni rakenteeltaan  $e_{91}/2 = e_0 + e_0^- + 3e_0^- = 5,113636095 \cdot e_0$ , niin  $e_{13,6}$  on säännöllinen rakenne  $13,6 \cdot e_0$ . Lisäksi tässä yhteydessä voidaan todeta, että elektronin  $e_{91} = 2 \cdot (5 \cdot e_0 + 4q_0)$  liittyvän varauksen  $q_0$  massa on  $q_0 = 2,530380226 \cdot 10^{-33} \text{ kg}$ . Tulos 7A.37C on siten 1V jännitehiukkasen tulos yhtälöstä 7A.38C. Kannattaa huomata, että tämän puolikas on tietysti myös luonnovakio ja sama asia kuin kaikissa oppikirjoissa esiintyvä varauksen ja elektronin suhde.

$$q/e_{91} = 1,758819611 \cdot 10^{11} \text{ m}^2/\text{s}^2 \cdot \text{V} \quad (7A.38I)$$

Tämä tulos on numeerisesti tietenkin arvokas, koska se on juuri tulos 7A.38C, mutta idealtaan on yhtälö 7A.38I vähintäänkin kyseenalainen ja uudelleen ajateltava.

Kun laboratorioelektroni 7A.38G asetetaan nyt yhtälön 7A.38C osoittamaan 1 voltin kenttään, niin saadaan tulos 7A.38 ja tämä tulos ei millään tavalla ole minkään tuntemattoman tai tunnetun varauksen matemaattinen energia. Varauksen  $q_0$  ominaisenergia on vakio  $= E_0 = 4,262865154 \cdot 10^{19} \text{ J}$  ja sen matemaattinen energia 1 V kentässä on

$$\begin{aligned} q_0 \cdot v_{13,6}^2 &= 8,90096473 \cdot 10^{-22} \text{ J} \\ &= 5,555542783 \cdot 10^{-3} \text{ eV} \\ &= \text{eV} / 180,0004137 \end{aligned} \quad (7A.38J)$$

Jos jännite ilmoitetaan yhtälön 7A.38C mukaisesti kentän alkiorhymien massana, mikä jännitteen kasvaessa pienenee. Kun peruslähtökohta 1V jännitteellä on N-alkiorhyhmä  $= 13,6 \cdot \gamma_0$ , niin tästä saadaan

$$\begin{aligned} 1 \text{ V} &= 13,6 \cdot \gamma_0 = 13,6 \cdot 91,12 \cdot 10^{-9} \\ &= 1239,842443 \text{ nm} \end{aligned} \quad (7A.38K)$$

Kun aallonpituus on lineaarisesti sähkökentän mitta kondensoitumisasteessa ja kun sähkökentän alkiorhyhmä on puolestaan jännitteen lineaarinen mitta, niin kaikkien jännitekenttien minimaallonpituudet voidaan määrittellä yhtälöllä

$$\lambda_{\min} = 1239 / U \quad (7A.38L)$$

Tätä alunperin empiirisesti löydettyä yhtälöä kutsutaan Duane-Hunt säännöksi (esim. Tipler: Modern Physics, s. 145). Tulos 7A.38K on teoreettinen tulos ja maanpäälliset tulokset ovat hieman suurempia. Esimerkiksi 25 kV kentän teoreettinen minimijännitehiukkanen on

$$\lambda_{\min} = 1239/25000 = 4,959369772 \cdot 10^{-11} \text{ m} \quad (7A.38M)$$

Tämä täsmää täysin fysiikan kokeellisiin todellisiin tuloksiin ja on vielä yksityiskohtaisemmin selvitetty yhtälöiden 2A.29 ja 2A.30 yhteydessä. Yhtälöstä 7A.38K saadaan N-kentän alkiorhythmien värähdyslukuksi ja taajuudeksi 1 V kentällä

$$\begin{aligned} \omega_{1V} &= \omega_{\gamma_0} / 13,6 = 2,832627993 \cdot 10^{18} / 13,6 \\ &= 2,081942411 \cdot 10^{17} \text{ 1/s} \end{aligned} \quad (7A.38N)$$

$$f = \omega / 2 \pi \cdot 137 = 2,417988349 \cdot 10^{14} \text{ 1/s} \quad (7A.38O)$$

$$\rightarrow 1/2f = 2,067834612 \cdot 10^{-15} \text{ s} \quad (7A.38P)$$

Tässä viimeksi esitetty tulos 7A.38P on itse asiassa laatua myöten sama kuin ”kvanttifluksoidi  $\phi_0$ ” ja tarkoittaa, että kenttä on tällöin rakennetta  $2 \cdot 6,8 = 13,6$ . ”Kvanttifluksoidi  $\phi_0$ ” lähellä lämpötilaa 0 K on

$$\phi_0 = h/2e = 2,0678 \cdot 10^{-15} \text{ T} \cdot \text{m}^2 \quad (7A.38Q)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow h/2e &= \hbar / e_{91} \cdot 2 \pi / v_{13,6}^2 = r_{13,6} \cdot v_{13,6} \cdot 2 \pi / v_{13,6}^2 \\ &= 2 \pi \cdot r_{13,6}/v_{13,6} = 2,0678 \cdot 10^{-15} \text{ s} \end{aligned} \quad (7A.38R)$$

Yhtälön 7A.38R ensimmäinen tekijä  $\hbar/e_{91}$  on luonnonvakio  $v_r = 1,157676526 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}^2$ , mikä on selitetty kohdassa 11. Tulos 7A.38R tarkoittaa sitä aikaa  $t_{13,6} = 2 \pi \cdot r_{13,6}/v_{13,6}$ , mikä jännitehiukkasilla menee yhteen värähdykseen, kun kentän pilkkoutumisjakeet kulkevat ympyrämäisiä ratoja samalla tavalla kuin valohiukkasten pilkkoutumisjakeet. Tätä aikaa ei voida suoraan mitata, mutta jos ns. Josephsonin liitoksiin lämpötilassa lähellä 0 K (Tipler: Modern Physics, s. 493) asetetaan jännite-ero 1  $\mu\text{V}$ , niin tämä tarkoittaa, että toinen jännitekenttä on  $1/10^6$  –osan verran suurempi kuin toinen 1 voltin kenttä. Se, mitä seuraavaksi esitetään ei kuitenkaan ole mitenkään sidottu 1 V- kenttään, sillä taajuudet ja jännitteet muuttuvat samassa tahdissa kuin jännite-eron 1  $\mu\text{V}$  suhde niihin. Jännitekentän mitta on tässä tapauksessa suoraan verrannollinen sähkökenttään samantapaisesti kuin valohiukkasilla ja siten kääntäen verrannollinen jännitteeseen, kuten yhtälössä 7A.38L. Jos jännitekenttä on rakennetta  $2 \cdot 6,8 = 13,6$ , niin sille on voimassa yhtälöt 7A.38P ja 7A.38R, joiden antama taajuus on  $4,835976698 \cdot 10^{14} \text{ 1/s}$ . Edellä esitetyn mukaisesti resonanssi syntyy nyt joka  $10^6$  kerta, jolloin resonanssitaajuudeksi tulee

$$4,83 \cdot 10^{14} / 10^6 = 4,835 \cdot 10^8 \text{ 1/s} \quad (7A.38S)$$

Tämä voidaan mitata ja fysiikan kokeelliset tulokset osoittavat tuloksen 7A.38S oikeaksi. Tämä mallilaskelman tulos 7A.38S ei siis ole sidottu 1 V –kenttään.

Jännitekentälle 1V ja varaukselle q voidaan edellä esitetyn perusteella johtaa vielä muutama mielenkiintoinen yhtälö. Yhtälö 7A.37 on perusmuodoltaan

$$e_{13,6} \cdot v_{13,6}^2 = E_0$$

$$\rightarrow e_{91} \cdot v_{13,6}^2 = (e_{91} / e_{13,6}) \cdot E_0$$

$$\rightarrow 2q = (e_{91} / e_{13,6}) \cdot E_0 = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad (7A.38T)$$

Koska universaali energiavakio  $E_0$  ei aseta mitään rajoituksia hiukkaskoolle samantapaisesti kuin Avogadronin luku ei teoriassa aseta rajoituksia molekyylikoolle, niin kerroin  $e_{91} / e_{13,6} = 0,75169$  tulee ymmärtää vain suhteeksi. Elektronille  $e_0$  varaus  $q_0$  on  $q_0 = 0,02840902438 \cdot e_0 = e_0 / 35,20008243 \approx e_0 / (10 \cdot 1,37^4)$ , mikä on rakenteellisesti järkevä luku. Edelleen samoista yhtälöistä voidaan johtaa tulos

$$q = h \cdot f_{13,6} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad (7A.38U)$$

Tämä on matemaattisesti täysin oikein, mutta fysiikassa siinä ei ole oikein kuin 1 V kentän alkiryhmän taajuus  $f_{13,6} = 2,41 \cdot 10^{14} \text{ 1/s}$ . Koska yhtälön 7A.38U laatu = joule tarkoittaa Planckin energiaa tällaiselle alkiryhmälle ja koska sekä taajuus  $f$  että jännite  $U$  kasvavat kääntäen verrannollisesti sähkökentän kokoon, niin tämä laatu on sama kuin  $J/V = \text{As}$ . Tämän mukaisesti yhtälön 7A.38U johdannaisyhtälö on

$$qV = hf \quad (7A.38V)$$

$$\rightarrow h/q = V/f \quad (7A.38X)$$

Tämän tuloksen myös kokeellinen fysiikka vahvistaa oikeaksi ja tässä yhtälössä suhde  $h / q$  tarkoittaa todellakin vain suhdetta ja itse  $h$ :lla tai  $q$ :lla ei ole merkitystä, vrt. kohta 11A valosähköinen ilmiö.